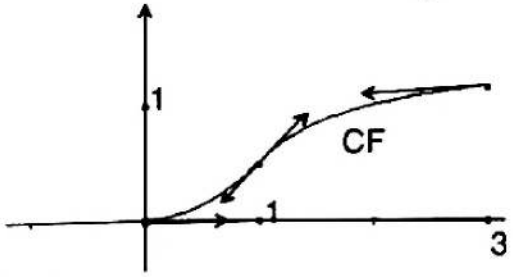
b) $F'(x)=f(x)\geq 0$

$F'(1)=f(1)=1$; $F'(0)=0$; $F(3)=\frac{1}{9}$



EX 24 :

$f(x)=\sqrt{1-x^2}$; $x\in[0,1]$

1) a) f est continue sur $[0,1]$

f est dérivable sur $[0,1[$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{1-x^2}}{-(1-x)}=\lim_{x\to 1^-}-\frac{\sqrt{1+x}}{1-x}=-\infty$$

f non dérivable à gauche en 1

$$f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}\leq 0$$

x	0	1
f'(x)	0	- |
f(x)	1 ↘	0

b) $M(x,y)\in(\zeta_f) \Leftrightarrow y=\sqrt{1-x^2}$

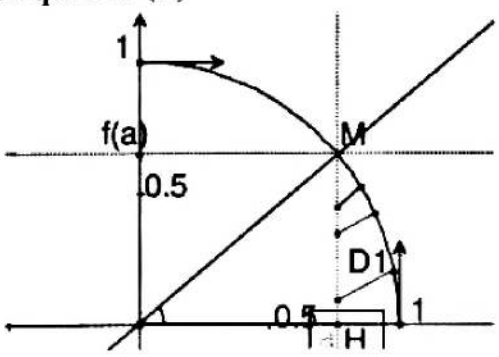
$\Leftrightarrow y^2=1-x^2$ avec $\begin{vmatrix} y\in[0,1] \\ x\in[0,1]\end{vmatrix}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2=1$ avec $\begin{vmatrix} y\in[0,1] \\ x\in[0,1]\end{vmatrix}$

(ζ_f) est la partie du cercle (Γ) de centre O et de rayon 1 tel que : $0\leq x\leq 1$ et $0\leq y\leq 1$

(ζ_f) est un quart de (Γ)

c)



2) $F(x)=\int_0^x f(t).dt$; $x\in[0,1]$

F(1) : l'aire de la partie du plan limitée par (ζ_f) et les axes du repère

$F(1)=\frac{1}{4}\text{aire}(\Gamma)=\frac{1}{4}(\pi\times 1^2)=\frac{\pi}{4}$

3) $a\in[0,1]$

$a=\cos\theta$; $\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

a) $F(a)=\int_0^a f(t).dt$

F(a): représente l'aire de la partie du plan limitée par (ζ_f) et les droites d'équation : y=0 , x=0 et x=a

* soit M(a,f(a))

H : son projeté orthogonal sur (Ox)

$F(a)=F(1)-\text{aire}(D_1)$ (voir figure)

$F(1)=\frac{\pi}{4}$

$$\text{aire}D_1=\frac{\theta}{2}\times 1^2-\text{aire}(OHM)=\frac{\theta}{2}-\frac{a.f(a)}{2}$$

d'où $F(a)=\frac{\pi}{4}-(\frac{\theta}{2}-\frac{a.f(a)}{2})$

$$F(a)=\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}+\frac{a\sqrt{1-a^2}}{2}$$

b) * $\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3}$

$$F(\frac{1}{2})=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}+\frac{\frac{1}{2}\sqrt{3/4}}{2}=\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}$$

* $\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{\pi}{6}$

$$F(\frac{\sqrt{3}}{2})=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{12}+\frac{\frac{1}{2}\sqrt{1/4}}{2}=\frac{\pi}{6}+\frac{1}{8}$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn